ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI D NĂM 2009

Môn thi : TOÁN

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I *(2,0 điểm)*.

Cho hàm số $y = x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m$ có đồ thị là (C_m), m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi m = 0.
2. Tìm m để đường thẳng y = -1 cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

Câu II *(2,0 điểm)*

1. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 5x - 2\sin 3x\cos 2x - \sin x = 0$
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x+y+1) - 3 = 0 \\ (x+y)^2 - \dfrac{5}{x^2} + 1 = 0 \end{cases}$ $(x, y \in R)$

Câu III *(1,0 điểm)*. Tính tích phân $I = \int_1^3 \dfrac{dx}{e^x - 1}$

Câu IV *(1,0 điểm)*. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, AB = a, AA’ = 2a, A’C = 3a. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng A’C’, I là giao điểm của AM và A’C. Tính theo a thể tích khối tứ diện IABC và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC).

Câu V *(1,0 điểm)*.Cho các số thực không âm x, y thay đổi và thỏa mãn x + y = 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$.

PHẦN RIÊNG *(3,0 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a *(2,0 điểm)*

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có M (2; 0) là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là 7x – 2y – 3 = 0 và 6x – y – 4 = 0. Viết phương trình đường thẳng AC.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A (2; 1; 0), B(1;2;2), C(1;1;0) và mặt phẳng (P): x + y + z – 20 = 0. Xác định tọa độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P).

Câu VII.a *(1,0 điểm)*. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (3 - 4i)| = 2$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b *(2,0 điểm)*

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) : $(x - 1)^2 + y^2 = 1$. Gọi I là tâm của (C). Xác định tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho $\widehat{IMO} = 30^0$.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng (P): x + 2y – 3z + 4 = 0. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

Câu VII.b *(1,0 điểm)*

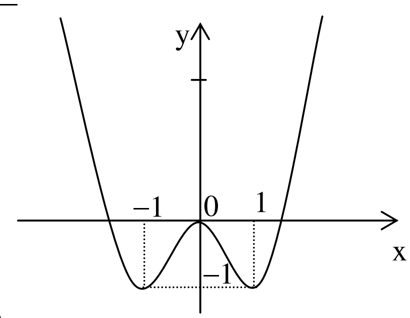
Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng y = -2x + m cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc trục tung.

BÀI GIẢI GỢI Ý

Câu I. 1. $m = 0, y = x^4 - 2x^2$. TXĐ : D = R

$y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$; $\lim\limits_{x \to \pm\infty} = +\infty$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 CT	$\nearrow$	0 CĐ	$\searrow$	-1 CT	$\nearrow$	$+\infty$



y đồng biến trên $(-1; 0)$; $(1; +\infty)$

y nghịch biến trên $(-\infty; -1)$; $(0; 1)$

y đạt cực đại bằng 0 tại x = 0

y đạt cực tiểu bằng -1 tại $x = \pm 1$

Giao điểm của đồ thị với trục tung là (0; 0)

Giao điểm của đồ thị với trục hoành là (0; 0); $(\pm\sqrt{2}\,;0)$

2. Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và đường thẳng y = -1 là

$x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m = -1$

$\Leftrightarrow x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ hay $x^2 = 3m + 1$ (*)

Đường thẳng y = -1 cắt (C_m) tại 4 điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác ± 1 và < 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 3m + 1 < 4 \\ 3m + 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{3} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Câu II. 1) Phương trình tương đương :

$$\sqrt{3}\cos 5x - (\sin 5x + \sin x) - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 5x - \sin 5x = 2\sin x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x - \frac{1}{2}\sin 5x = \sin x \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} - 5x\right) = \sin x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{3} - 5x = x + k2\pi \text{ hay } \frac{\pi}{3} - 5x = \pi - x + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow 6x = \frac{\pi}{3} - k2\pi \text{ hay } 4x = \frac{\pi}{3} - \pi - k2\pi = -\frac{2\pi}{3} - k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{18} - k\frac{\pi}{3} \text{ hay } x = -\frac{\pi}{6} - k\frac{\pi}{2} \ (k \in Z).$$

2) Hệ phương trình tương đương :

$$\begin{cases} x(x + y + 1) = 3 \\ (x + y)^2 + 1 = \dfrac{5}{x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x + y) + x = 3 \\ x^2(x + y)^2 + x^2 = 5 \end{cases} \quad \text{ĐK : } x \neq 0$$

Đặt t=x(x + y). Hệ trở thành:

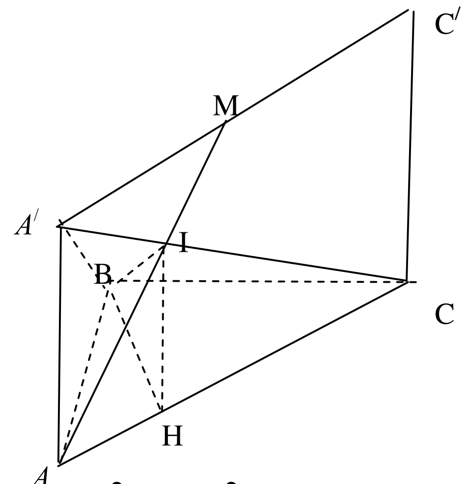
$$\begin{cases} t + x = 3 \\ t^2 + x^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t + x = 3 \\ (t + x)^2 - 2tx = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t + x = 3 \\ tx = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} x(x+y)=1 \\ x=2 \end{cases} \vee \begin{cases} x(x+y)=2 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{3}{2} \\ x=2 \end{cases} \vee \begin{cases} y=1 \\ x=1 \end{cases}$

Câu III : $I=\int_1^3 \frac{1-e^x+e^x}{e^x-1}dx=-\int_1^3 dx+\int_1^3 \frac{e^x}{e^x-1}dx=-2+\ln\left|e^x-1\right|\Big|_1^3$

$=-2+\ln(e^3-1)-\ln(e-1)=-2+\ln(e^2+e+1)$

Câu IV.



$AC^2=9a^2-4a^2=5a^2 \Rightarrow AC=a\sqrt{5}$

$BC^2=5a^2-a^2=4a^2 \Rightarrow BC=2a$

H là hình chiếu của I xuống mặt ABC

Ta có $IH \perp AC$

$\frac{IA'}{IC}=\frac{A'M}{AC}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IH}{AA'}=\frac{2}{3} \Rightarrow IH=\frac{4a}{3}$

$V_{IABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}IH=\frac{1}{3}\frac{1}{2}2a\times a\times\frac{4a}{3}=\frac{4a^3}{9}$ (đvtt)

Tam giác A'BC vuông tại B

Nên $S_{A'BC}=\frac{1}{2}a\sqrt{5}2a=a^2\sqrt{5}$

Xét 2 tam giác A'BC và IBC, Đáy $IC=\frac{2}{3}A'C \Rightarrow S_{IBC}=\frac{2}{3}S_{A'BC}=\frac{2}{3}a^2\sqrt{5}$

Vậy d(A,IBC) $=\frac{3V_{IABC}}{S_{IBC}}=3\frac{4a^3}{9}\frac{3}{2a^2\sqrt{5}}=\frac{2a}{\sqrt{5}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu V. $S=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy=16x^2y^2+12(x^3+y^3)+34xy$

$=16x^2y^2+12[(x+y)^3-3xy(x+y)]+34xy=16x^2y^2+12(1-3xy)+34xy$

$=16x^2y^2-2xy+12$

Đặt t = x.y, vì x, y ≥ 0 và x + y = 1 nên $0 \leq t \leq 1/4$

Khi đó $S=16t^2-2t+12$

S' = 32t – 2 ; S' = 0 $\Leftrightarrow t=\frac{1}{16}$

S(0) = 12; S(¼) = $\frac{25}{2}$; S ($\frac{1}{16}$) = $\frac{191}{16}$. Vì S liên tục [0; ¼] nên :

Max S = $\frac{25}{2}$ khi x = y = $\frac{1}{2}$

Min S = $\frac{191}{16}$ khi $\begin{cases} x=\frac{2+\sqrt{3}}{4} \\ y=\frac{2-\sqrt{3}}{4} \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=\frac{2-\sqrt{3}}{4} \\ y=\frac{2+\sqrt{3}}{4} \end{cases}$

PHẦN RIÊNG

Câu VI.a.

1) Gọi đường cao AH : 6x – y – 4 = 0 và đường trung tuyến AD : 7x – 2y – 3 = 0

A = AH $\cap$ AD $\Rightarrow$ A (1;2)

M là trung điểm AB $\Rightarrow$ B (3; -2)

BC qua B và vuông góc với AH $\Rightarrow$ BC : 1(x – 3) + 6(y + 2) = 0 $\Leftrightarrow$ x + 6y + 9 = 0

D = BC $\cap$ AD $\Rightarrow$ D $(0\,;-\frac{3}{2})$

D là trung điểm BC $\Rightarrow$ C (- 3; - 1)

AC qua A (1; 2) có VTCP $\overrightarrow{AC} = (-4; -3)$

nên AC: 3(x –1)– 4(y – 2) = 0 $\Leftrightarrow$ 3x – 4y + 5 = 0

2) AB qua A có VTCP $\overrightarrow{AB} = (-1;1;2)$ nên có phương trình : $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t \end{cases}$

D $\in$ AB $\Leftrightarrow$ D (2 – t; 1 + t; 2t)

$\overrightarrow{CD} = (1 - t; t; 2t)$. Vì C $\notin$ (P) nên : CD //(P) $\Leftrightarrow \overrightarrow{CD} \perp \vec{n}_{(P)}$

$\Leftrightarrow 1(1 - t) + 1.t + 1.2t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$ Vậy : $D\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$

Câu VI.b. 1. $(x - 1)^2 + y^2 = 1$. Tâm I (1; 0); R = 1

Ta có $\widehat{IMO} = 30^0$, ΔOIM cân tại I $\Rightarrow$ $\widehat{MOI} = 30^0$

$\Rightarrow$ OM có hệ số góc $k = \pm tg30^0 = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

+ $k = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow$ pt OM : $y = \pm\frac{x}{\sqrt{3}}$ thế vào pt (C) $\Rightarrow x^2 - 2x + \frac{x^2}{3} = 0$

$\Leftrightarrow$ x= 0 (loại) hay $x = \frac{3}{2}$. Vậy M $\left(\frac{3}{2}; \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

<u>Cách khác</u>:

Ta có thể giải bằng hình học phẳng

OI=1, $\widehat{IOM} = \widehat{IMO} = 30^0$, do đối xứng ta sẽ có

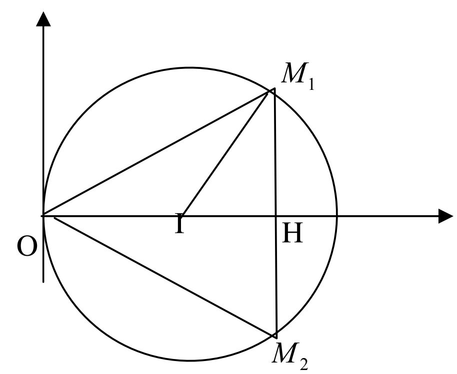
2 điểm đáp án đối xứng với Ox

H là hình chiếu của M xuống OX.

Tam giác OM_1H là nửa tam giác đều

OI=1 => $OH = \frac{3}{2} \Rightarrow OM = \frac{3}{\sqrt{3}}, HM = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{6}$

Vậy $M_1\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), M_2\left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$



2. Gọi A = $\Delta \cap$ (P) $\Rightarrow$ A(-3;1;1)

$\overrightarrow{a_\Delta} = (1;1;-1)$; $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;2;-3)$

d đi qua A và có VTCP $\overrightarrow{a_d} = \left[\overrightarrow{a_\Delta}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (-1;2;1)$ nên pt d là :

$$\frac{x + 3}{-1} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 1}{1}$$

Câu VII.a. Gọi z = x + yi. Ta có z – (3 – 4i) = x – 3 + (y + 4)i

Vậy $|z - (3 - 4i)| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 4)^2} = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$

Do đó tập hợp biểu diễn các số phức z trong mp Oxy là đường tròn tâm I (3; -4) và bán kính R = 2.

Câu VII.b. pt hoành độ giao điểm là : $\frac{x^2 + x - 1}{x} = -2x + m$ (1)

$\Leftrightarrow x^2 + x - 1 = x(-2x + m)$ (vì x = 0 không là nghiệm của (1))

$\Leftrightarrow 3x^2 + (1 - m)x - 1 = 0$

phương trình này có a.c < 0 với mọi m nên có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Ycbt $\Leftrightarrow S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 0 \Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Trần Minh Quang
(THPT Phú Nhuận - TP.HCM)